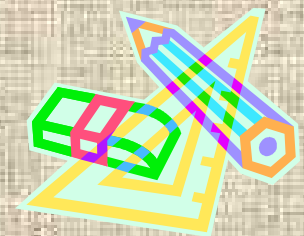


# PROGETTO PSICOLOGIA DELL'APPRENDIMENTO DELLA MATEMATICA

Potenziare la soluzione di  
problemi



La parola agli  
insegnanti



# Potenziare la soluzione di problemi

- Intervengono:
- ins. Marisa Magnan Scuola primaria "Da Vinci" - Direzione Didattica di Albignasego PD
- ins. Monica Pasqualin - Scuola sec. I° "Karol Wojtyla" - IC "Cervarese" PD
- ins. Marina Piagno - Scuola sec. I grado IC XIII Tartini Padova

# Nella scuola primaria ins. Marisa Magnan

- Si è lavorato sulla distinzione tra problema ed esercizio.
  - **Esercizio:** e' iterazione, applicazione, è finalizzato alla stabilizzazione di un'acquisizione. Le conoscenze sono necessarie e sufficienti, ma bisogna saperle applicare.
  - **Problema:** "una domanda per cui non vi è ancora una risposta" (Skinner) e per rispondere il soggetto mette in atto un comportamento di "soluzione".

# ESERCIZIO

# PROBLEMA

*con le parole degli alunni*

- È UN ALLENAMENTO
- È UN'ESERCITAZIONE
- NON DEVI RAGIONARE TANTO
- GIA' LA CONSEGNA TI DA' L'IMPUT DA CUI PARTIRE
- ESERCITA QUALCOSA CHE GIA' SAI

- È LA PARTITA
- È UN CASO DA RISOLVERE
- C'E' UNA DOMANDA A CUI DEVI RISPONDERE: CI DEVI RAGIONARE
- NEL PROBLEMA LO DEVI TROVARE TU PARTENDO DALLA DOMANDA
- PREVEDE PIU' SOLUZIONI

# E'PIU' FACILE UN ESERCIZIO O UN PROBLEMA?

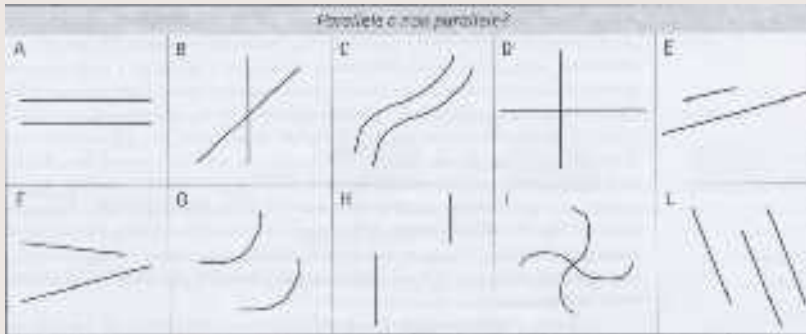
## E' PIU' INTERESSANTE UN ESERCIZIO O UN PROBLEMA?

	ESERCIZI	PROBLEMI
Più interessanti perchè?	<p>Più rilassanti, il problema mette tensione e mi sento più giudicato. Più semplice. Lo capisco meglio. Non c'è da pensare sei più tranquillo. Capisci di più. È meno laborioso. Perchè si scrive meno. Perchè impari facendo meno. Chiede meno tempo.</p>	<p>Possibilità dell'esercizio di essere noioso. Più lungo. Bisogna pensare. È sempre nuovo. Ci fa ragionare di più. Mi piace scoprire i risultati dei problemi. Può essere simpatico. Mi piace inventare. C'è il diagramma. Si lavora di più. Ci sono i passaggi e si impara di più. È come un indovinello. Bisogna trovare i dati nascosti.</p>
Più facili perchè?	<p>Nel problema devi ragionare. Nel problema siamo soli. È più veloce. La consegna ti aiuta. Ti dà più sicurezza. Hai più tempo per eseguirlo.</p>	<p>Puoi pensare da solo e nel silenzio lavoro meglio. C'è una procedura che conosco mentre nell'esercizio cambia. C'è il testo che spiega.</p>

# QUALI SONO GLI ESERCIZI? QUALI SONO I PROBLEMI?

Classifichiamo in tabella

1. COLORA LA CASELLA DOVE VEDI RETTE PARALLELE.



10. CALCOLA IL PERIMETRO DI UN SEGNALE STRADALE A FORMA DI TRIANGOLO EQUILATERO LA CUI BASE MISURA cm 40.
11. PER LA FESTA DELLA SCUOLA SI DEVONO CONFEZIONARE 20 AQUILONI A FORMA DI ROMBO CON LE DIAGONALI DI cm 80 E cm 50. QUANTI METRI QUADRATI DI CARTA VELINA SERVIRANNO?

12. SEGNA LA RISPOSTA ESATTA CON UNA X:

- tutti i triangoli rettangoli sono isosceli
- non tutti i triangoli isosceli sono rettangoli
- tutti i triangoli equilateri sono isosceli
- non tutti i triangoli isosceli sono equilateri

	ESERCIZI	PROBLEMI
N. 1	X	
N. 2	X	X
N. 3		X
N. 4	X	
...		

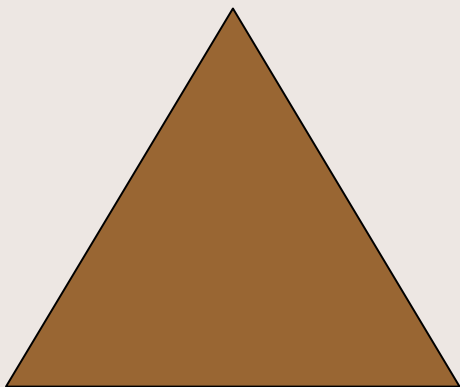
# COME ANALIZZARE UN ESERCIZIO? QUALI STRATEGIE?

- LEGGO LA CONSEGNA
- CERCO LE PAROLE "CHIAVE" E LE SOTTOLINEO
- RICORDO I SIGNIFICATI CORRETTI DEI TERMINI PRESENTI NEL COMPITO
- VISUALIZZO DISEGNANDO

# QUAL E' IL PERIMETRO DI QUESTA FIGURA?

## Pianificazione

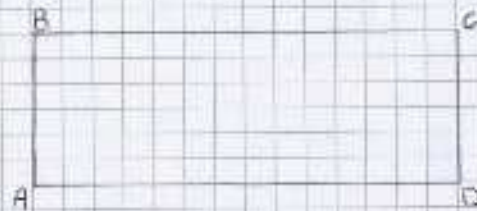
RIORDINA LE FASI CHE DEVI SEGUIRE PER RISPONDERE ALLA CONSEGNA.



- TROVO LA LUNGHEZZA DEL PERIMETRO SOMMANDO I TRE LATI OPPURE MOLTIPLICANDO UN LATO PER TRE.
- MISURO UN LATO CON IL RIGHELLO.
- CERCO DI RICORDARE QUELLO CHE CONOSCO SUL TRIANGOLO EQUILATERO E CHE SEMBRA UTILE AL MIO SCOPO.
- CLASSIFICO LA FIGURA COME TRIANGOLO EQUILATERO.
- OSSERVO BENE LA FIGURA.

1)	.....
.	
2)	.....
.	
3)	.....
.	
4)	.....
.	
5)	.....
.	

# DAL QUADERNO DEGLI ALUNNI



SCRIVI IL MODO IN CUI PROCEDI  
(2. fase piano) PER CALCOLARE IL  
PERIMETRO

1. OSSERVO LA FIGURA
2. CLASSIFICO LA FIGURA COME RETTANGOLO
3. CERCO DI RICORDARE QUELLO CHE CONOSCO SUL RETTANGOLO CHE SEMBRA UTILE AL MIO SCOPO
4. MISURO CON RIGHEGGIO I LATI AB e DC
5. SOMMO QUESTE DUE MISURE (MOTÀ PERIMETRO) E MOLTIPLICO PER 2

# DAL QUADERNO DEGLI ALUNNI

Disegna 6 angoli di vertice A, B, C, D, E e F sapendo che:

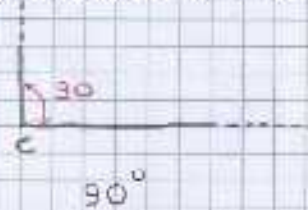
l'angolo di vertice A è ACUTO



l'angolo di vertice B è PIATTO



l'angolo di vertice C è RETTO



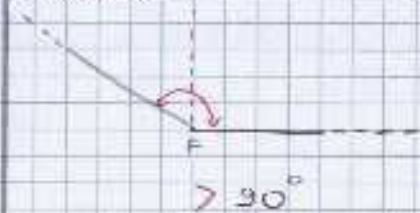
l'angolo di vertice D è OTUSO



l'angolo di vertice E è ACUTO, ma minore dell'angolo di vertice A



l'angolo di vertice F è OTUSO, ma è più ampio dell'angolo di vertice D



# COME ANALIZZARE UN PROBLEMA? QUALI STRATEGIE?

- LEGGO IL TESTO
- PARTO DALLA DOMANDA
- LEGGO CON ATTENZIONE CERCANDO DI CAPIRE COSA CHIEDE IL COMPITO
- INDIVIDUO I DATI RILEVANTI
- CERCO LE PAROLE CHE METTONO IN RELAZIONE I DATI CON LA DOMANDA
- VISUALIZZO DISEGNANDO
- CALCOLO
- SCRIVO LA RISPOSTA

# PROBLEMA

LUCA, IL VETRAIO, PREPARA OTTO VETRI ROSSI QUADRATI CON IL LATO DI 80 cm PER UNA VETRATA.

QUANTI METRI QUADRATI DI VETRO GLI OCCORRONO?

DATI IMPORTANTI	COS'E'?	COSA MI FA RICORDARE?
quadrato	figura di cui si parla	tutti i lati uguali
80 cm	misura del lato	formula per calcolare l'area
8	n. vetri uguali	formano la vetrata



CI SONO PIU' SOLUZIONI:

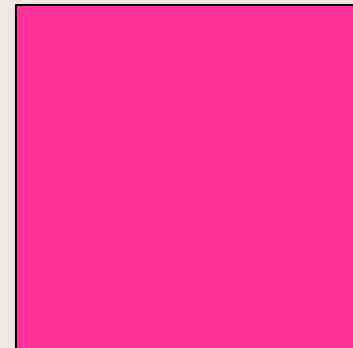
SE APPLICO LA FORMULA:  $(\text{lato} \times \text{lato}) \times 8$

SE GUARDO IL DISEGNO: la vetrata può essere un rettangolo con la base 2 volte la misura del lato e l'altezza 4 volte la misura del lato

# PROBLEMI DIRETTI E INVERSI

LATO	PERIMETRO	AREA
m 4,2	$m(4,2 \times 6) = 10,8$	$m^2(4,2 \times 6) = 25,2$
$m(26,8 - 6) = 6,7$	m 26,8	$m^2(6,7 \times 6,7) = 44,89$
$m(332 - 4) = 138$	m 332	$m^2(138 \times 138) = 19044$
m 38	$m(38 \times 4) = 152$	$m^2(38 \times 38) = 1444$
m 10,6	$m(10,6 \times 6) = 63,6$	$m^2(10,6 \times 10,6) = 112,36$

Come la formula  
del quadrato  
perimetro  $l \times 4$   
area:  $l \times l$



BASE	ALTEZZA	PERIMETRO	AREA
m 10	m 3,7	$m(10 + 3,7) \times 2 = 27,4$	$m^2(10 \times 3,7) = 37$
m 48	$m(564 - 48) = 36$	$m(34 + 56) \times 2 = 100$	$m^2 564$
$m(1054 - 32) = 62$	m 37	$m(42 + 37) \times 2 = 158$	$m^2 1052$

Come la formula del rettangolo:  
perimetro:  $(l + h) \times 2$  area:  $l \times h$



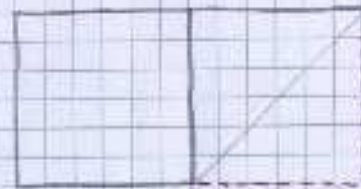
# PROBLEMA STRATEGICO

## Problema

Il cortile della scuola, a forma di PARALLELOGRAMMA, è formato da un quadrato centrale e da due triangoli rettangoli isosceli. Il lato del quadrato è lungo m 20.

Calcola l'area del cortile della scuola.

(Per risolvere questo problema ti conviene realizzare un disegno che riproduca i dati espressi nel testo)



## RAGIONAMENTO.

1. Ho pensato come è un parallelogramma e l'ho disegnato.
2. Ho pensato come è un triangolo rettangolo isoscele e non è stato facile.
3. Ho disegnato il parallelogramma mettendo un triangolo.
4. Con la rettazione ho visto un RETTANGOLO con la base lunga il doppio del lato del quadrato.
5. Ho visto anche due QUADRATI UGUALI.

$$\text{RETTANGOLO} \rightarrow b \times h \rightarrow m^2 (20+20) \times 20 = m^2 800$$

$$\text{QUADRATO} \rightarrow l \times l \rightarrow m^2 (20 \times 20) \times 2 = m^2 800$$

# Nella scuola secondaria di primo grado ins. M. Pasqualin

Si è lavorato su:


- ☞ **strategie diverse** che si mettono in atto lavorando con gli esercizi e con i problemi
- ☞ capacità di **prevedere il grado di difficoltà** di un compito, spesso condizionata dalla densità dell'enunciato
- ☞ **errori** commessi nello svolgimento dei problemi assegnati
- ☞ **Potenziamento** relativamente alle **rappresentazioni** di figure piane

# Problemi


Ho somministrato alla classe diversi problemi pensati in modo che alcuni avessero la stessa struttura risolutiva di altri (isomorfi).

Dall'esame degli elaborati emerge che:


 Spesso le **rappresentazioni geometriche** non risultano **coerenti coi dati** forniti dal problema in riferimento a:

 **Proprietà delle figure**

 **Rapporto e relazioni tra i dati**

 Alunni che non sanno rappresentare figure aderenti ai dati non riescono a risolvere il problema o adottano strategie errate

 Alcuni alunni non riconoscono come simili problemi che presentano la stessa struttura profonda

 La densità dell'enunciato pare determini una certa diffidenza nell'alunno, che preferisce occuparsi prima di problemi con testo semplice

# Problemi

- E' emersa l'importanza del saper
- ☞ Riconoscere e comprendere la struttura profonda del problema
- ☞ Rappresentare figure coerenti coi dati del problema in quanto esse suggeriscono la strategia risolutiva
- ☞ Conoscere in modo puntuale le proprietà delle figure piane

# Problemi... quale potenziamento?

Difficoltà ed errori degli alunni:

- Interpretare il testo
- Rappresentare figure geometriche aderenti al testo

Si è voluto potenziare l'abilità di trasformare un testo verbale in rappresentazione geometrica e viceversa attraverso laboratori ed esercizi studiati ad hoc, al termine dei quali i ragazzi erano invitati a riflettere e confrontarsi...

# Potenziamento sulle rappresentazioni

Modalità: lavoro individuale e in coppia

- Esercizi:

- ☞ Osserva la figura e scegli l'affermazione corretta.

- ☞ Scegli la figura fedele all'affermazione.

- Laboratorio: costruzione di figure piane con stecchini, cannucce, spaghi, nastri...

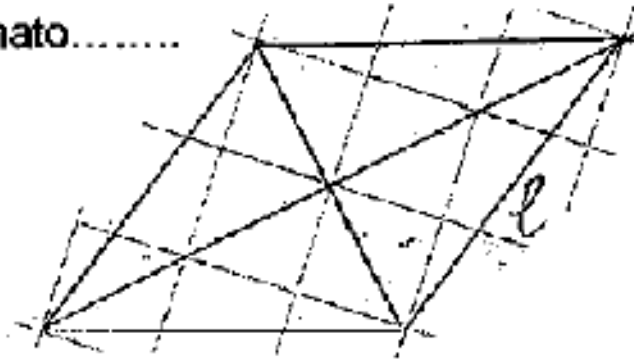
- Esercizi per la verifica dei risultati:

- leggi l'affermazione e rappresenta la figura

- Osserva la figura e descrivila

# Esempio 1

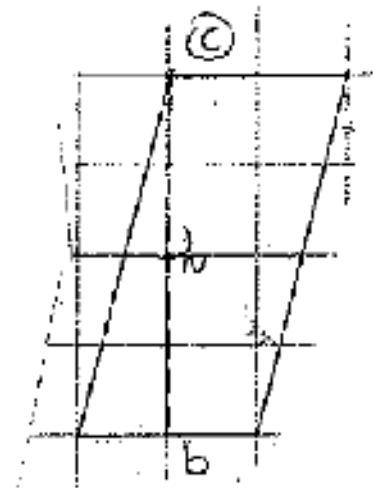
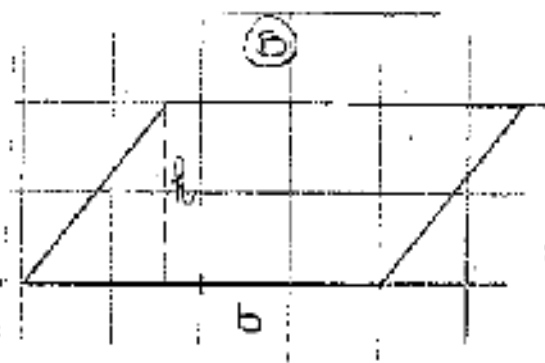
☆ Nel rombo disegnato.....



- La diagonale maggiore supera quella minore
- Il rapporto tra la diagonale minore e quella maggiore è  $1/2$
- La diagonale minore è metà di quella maggiore
- la diagonale minore e il lato sono congruenti

# Esempio 2

8. L'altezza del parallelogrammo è doppia della base.



## Esempio 3

Con gli stecchini e/o col nastro, costruisci un rombo che abbia una diagonale che misura  $\frac{3}{5}$  dell'altra.

# RISULTATI

---

Al termine del potenziamento ... la media delle percentuali di rappresentazioni e descrizioni corrette è prossima all'80%

# I problemi non sono così difficili

ins. M. Piagno

- Nel corso dell'anno scolastico si è lavorato sulla abilità di soluzione di problemi attraverso:
  - Questionari sui saperi naturali 1 e 2
  - Questionario metacognitivo sul proprio stile
  - Percorso di potenziamento della rappresentazione del problema.

# Questionari sui saperi naturali

- Avevano lo scopo di far riflettere i ragazzi sulle strategie che mettono in atto nella risoluzione di problemi.
- Erano costituiti da domande del tipo: cosa è un problema? Quali sono le componenti importanti di un problema? Cosa vuol dire per te rappresentare un problema? Quali difficoltà incontri nel risolvere un problema?

# RISPOSTE

- “Cosa fai per risolvere un problema?”

Su 19? solo in 3 hanno parlato di disegno, 1 di espressioni.

- “Cosa vuol dire, secondo te, rappresentare un problema?”

6 su 19 hanno parlato di disegni

1 di schemi

Per la maggior parte degli alunni rappresentare significava “RISOLVERE” con operazioni.

Le maggiori difficoltà indicate sono nella comprensione del testo, allora...

# LAVORO SUI SAPERI NATURALI

- La classe ha lavorato per **acquisire consapevolezza dei propri saperi naturali**, in merito alla comprensione dei testi di vari problemi, individuando misconcezioni e imparando l'importanza di una lettura attenta.
- Sono stati presi in considerazione:  
punteggiatura, pronomi, forme verbali, termini come "differenza", "uno triplo dell'altro", "ciascuno", "complessivo"...

# Risposte

- Molti ragazzi fraintendevano termini come "ciascuno", "rispettivamente", "doppio, triplo.."

## QUINDI

Abbiamo lavorato su vari testi, senza risolverli, ma cercando di analizzare i termini ed eventualmente rappresentandoli.

# Questionari metacognitivi

- Avevano lo scopo di far riflettere su come si apprende in classe e le strategie più adatte per seguire una lezione.
- Era costituito da domande tipo: in classe capisco meglio se ... Quando devo imparare un nuovo concetto ... Come posso fare per... Cosa devo imparare per fare bene questo compito?

# Risposte

- IN CLASSE CAPISCO MEGLIO SE: l'insegnante scrive alla lavagna un concetto, un esempio, un elenco di istruzioni o disegna una mappa, uno schema o, ancora, mostra concretamente come fare. 12 alunni
- QUANDO DEVO IMPARARE UN NUOVO CONCETTO, UNA NUOVA REGOLA, CAPISCO MEGLIO SE:
  - - prima, l'insegnante spiega o mostra la regola, poi, mostra con degli esempi come va applicata. 13 alunni
  - - prima, l'insegnante mostra degli esempi, poi, ricava da questi la regola. 6 alunni

# Potenziamento sulla rappresentazione del problema

- Obiettivo della lezione era di rendere gli alunni consapevoli del fatto che nella risoluzione del problema, soprattutto geometrico, la rappresentazione è fondamentale perché riduce i tempi di svolgimento e la soluzione dello stesso.
- Ho diviso la classe in tre gruppi con indicazioni diverse:
  - Problema con rappresentazione a scelta
  - Problema senza rappresentazione
  - Problema con rappresentazione prodotta dagli studenti

# Riflessioni conclusive dei ragazzi

- **Gruppo 1** (rappresentazione a scelta): dichiarano di non aver avuto problemi
- **Gruppo 2** (senza rappresentazione): riferiscono grande difficoltà di visualizzare a mente la rappresentazione.
- **Gruppo 3** (rappresentazione propria): riferiscono qualche difficoltà nella scelta della rappresentazione che ha allungato i tempi di risoluzione.

# Lavoro sulla rappresentazione

- Sono stati somministrati vari tipi di problemi, aritmetici e geometrici, per i quali si chiedeva:

“Osservando con attenzione i dati e le incognite che hai individuato, sai riconoscere, tra i grafici sottostanti, quello che meglio rappresenta il problema?”

# Saper rappresentare un problema

---

- Sono stati costruiti vari problemi **con le rappresentazioni a scelta** per far riflettere gli alunni sul modo di rappresentare
- Sono stati offerti dei problemi **già predisposti con indicazioni per rappresentare correttamente.**

# Esempio

- **ESERCIZIO 1.** Rappresenta graficamente i numeri  $a$  e  $b$  in ognuno dei seguenti casi.
- $a) \quad b = 3 a$
- $b) \quad b = 6 a$
- $c) \quad b = 2 a + 5$
- $d) \quad a = b + 5$

## Da qui siamo passati...

- Dal testo alla risoluzione, passando per la rappresentazione, ormai data per scontata.
- Dalla rappresentazione e al testo inventato, cercando di categorizzare i tipi di problemi geometrici incontrati.

# RISULTATI

- Gli alunni hanno acquisito maggior sicurezza nel riconoscere tipologie simili di problemi ( somma, differenza, multipli...)
- Siamo arrivati ai poligoni e ai problemi inerenti al perimetro: a fianco della figura quasi tutti descrivono anche graficamente frasi come "uno doppio dell'altro" ....spontaneamente.

GRAZIE A TUTTI!!!

m.todeschini@irreveneto.org